REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2019

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Caderno 2

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

6 Páginas

Caderno 2: 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.

Não é permitido o uso de calculadora.

8. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 2 - 3i$ e $z_2 = 1 - 2i$

Mostre que o afixo (imagem geométrica) do número complexo $w = \dfrac{3z_1 - i\,\overline{z_2}}{1 + i^7}$ pertence à circunferência de centro no afixo (imagem geométrica) de z_1 e raio igual a $\sqrt{53}$

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 9.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 9.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

9.1. Na Figura 3, está representada a região admissível de um problema de Programação Linear.

Esta região corresponde ao sistema $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 150 \\ y \leq 300 \\ x + y \leq 400 \end{cases}$

Qual é o valor máximo que a função objetivo, definida por $L = 2x + y$, pode alcançar nesta região?

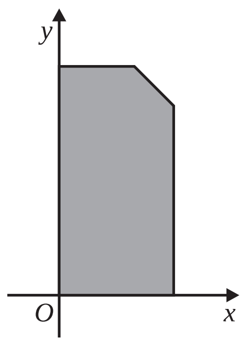

Figura 3

(A) 450 **(B)** 500 **(C)** 550 **(D)** 600

PMC2015

9.2. Qual é o valor de $\operatorname{sen}\left(3 \arccos \frac{1}{2}\right)$?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(C)** 0 **(D)** 1

10. Na Figura 4, está representada, num referencial o.n. xOy, a reta AB

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy
- a reta AB tem equação $y = 2x + 4$

Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$

Quais são as coordenadas do ponto M ?

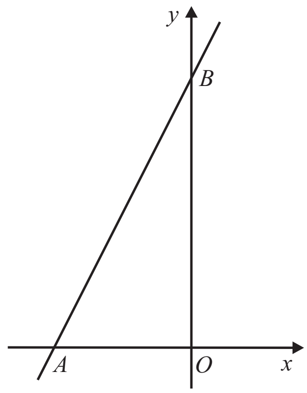

Figura 4

(A) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ **(B)** $(-1, 2)$

(C) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ **(D)** $(-2, 4)$

11.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 11.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 11.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

11.1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta r definida por $\frac{x-1}{2} = \frac{3-y}{4} = z$

Qual dos seguintes vetores pode ser um vetor diretor de uma reta perpendicular à reta r ?

(A) $\vec{a}\,(2, 4, 1)$ **(B)** $\vec{b}\,(-3, 1, 0)$

(C) $\vec{c}\,(1, 1, 2)$ **(D)** $\vec{d}\,(-4, 2, 0)$

PMC2015

11.2. Qual é, para qualquer número real positivo a, o limite da sucessão $\left(\frac{n + \ln a}{n}\right)^{n+2}$?

(A) a^2 **(B)** $2a$ **(C)** a **(D)** $\sqrt{a}$

12. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, definida por $h(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$

12.1. Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

12.2. Resolva, em $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, a equação $(x-1)\times h(x)+2e^{-x}=3$

13. Seja g a função definida em $]0,\pi[$ por $g(x)=\dfrac{1}{4}\cos(2x)-\cos x$

13.1. Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;

– o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;

– as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g, caso este(s) exista(m).

13.2. Seja f a função, de domínio $\left]-\dfrac{\pi}{2},0\right[$, definida por $f(x)=g(-x)+g\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

Qual das expressões seguintes também pode definir a função f ?

(A) $\operatorname{sen} x+\cos x$

(B) $-\operatorname{sen} x-\cos x$

(C) $\operatorname{sen} x-\cos x$

(D) $-\operatorname{sen} x+\cos x$

14. Na Figura 5, está representado o gráfico da função f, definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x) = x^2$

Considere que um ponto P, de abcissa positiva, se desloca sobre o gráfico da função f

Para cada posição do ponto P, seja:

- r a reta tangente ao gráfico de f nesse ponto;
- s a reta perpendicular a r e tangente ao gráfico de f
- Q o ponto de tangência da reta s com o gráfico de f
- I o ponto de intersecção das retas r e s

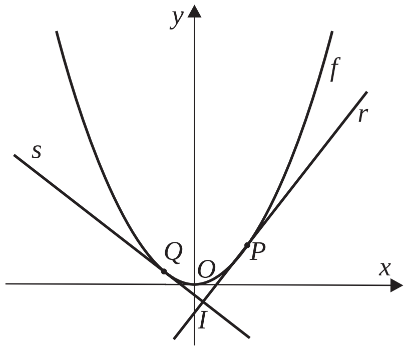

Figura 5

Mostre que, qualquer que seja a abcissa do ponto P, a ordenada do ponto I é sempre igual a $-\frac{1}{4}$

Sugestão: Designe a abcissa do ponto P por a

FIM

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item											
Cotação (em pontos)											
8.	**9.1.**	**9.2.**	**10.**	**11.1.**	**11.2.**	**12.1.**	**12.2.**	**13.1.**	**13.2.**	**14.**	
13	8		8	8		14	13	13	8	10	**95**

TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)	**200**

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 635

2.ª Fase

CADERNO 2