

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

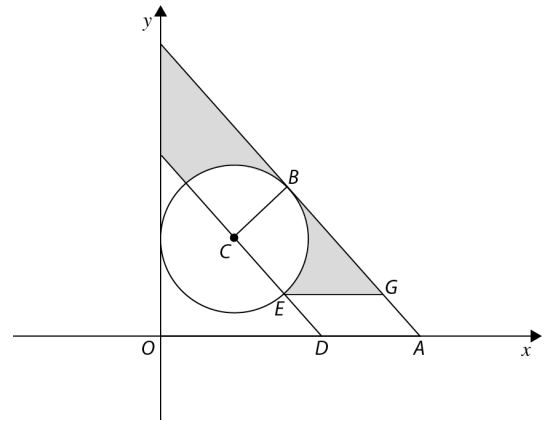
As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy :

- a circunferência de centro C e de equação $x^2 + y^2 - 4x - 6y = -9$
- a reta AB , tangente à circunferência no ponto B , de equação $(x, y) = (2\sqrt{2}, 5) + k(1, -1), k \in \mathbb{R}$
- o trapézio $[ABCD]$;
- o paralelogramo $[ADEG]$.



Sabe-se ainda que o ponto E pertence à circunferência e os pontos A e D pertencem ao eixo Ox .

1.1. Considere as seguintes afirmações:

- I. A reta AB é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.
- II. O ponto de coordenadas $(\sqrt{32}, 10)$ é um ponto da reta AB .

Acerca das afirmações anteriores, pode concluir-se que:

- (A) apenas a I é verdadeira.
- (B) apenas a II é verdadeira.
- (C) ambas são falsas.
- (D) ambas são verdadeiras.

1.2. Mostre que a circunferência representada na figura tem raio 2 e centro no ponto de coordenadas $(2, 3)$.

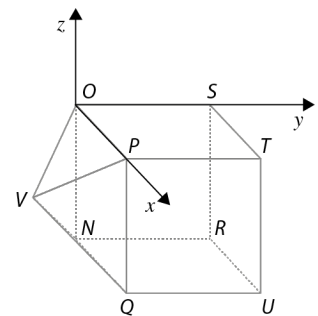
1.3. Mostre que a equação reduzida da reta CD é $y = -x + 5$.

1.4. Escreva uma condição que defina a região a sombreado, incluindo a fronteira.

2. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com uma face do cubo e está contida no plano xOz ;
- o ponto P pertence ao eixo Ox ;
- o ponto U tem coordenadas $(5, 5, -5)$.



2.1. Determine uma condição que defina a superfície esférica de diâmetro $[OR]$.

2.2. Em qual das opções se encontra uma equação vetorial da reta que passa pelo ponto P e é paralela ao eixo das cotas?

- (A) $(x, y, z) = (5, 0, 0) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (5, 0, 0) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y, z) = (0, 5, -5) + k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$
- (D) $(x, y, z) = (5, 0, -5) + k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$

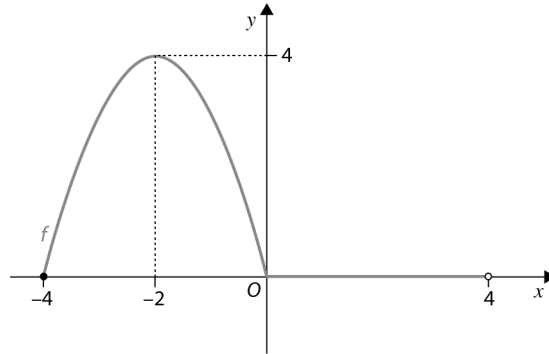
2.3. Sabendo que o volume do sólido é 150, determine as coordenadas do ponto V .

3. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos A e B , de coordenadas $(1, 2, -2)$ e $(2, 1, 1)$, respetivamente, e o vetor \vec{u} de coordenadas $(a, b, -1)$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Quais são os valores de a e de b para os quais os vetores \overrightarrow{AB} e \vec{u} são colineares?

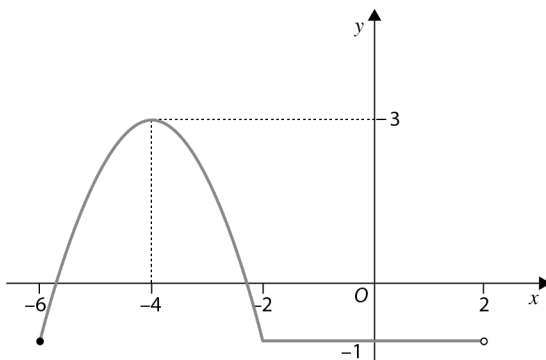
- (A) $a = -3$ e $b = 3$ (B) $a = -\frac{1}{3}$ e $b = \frac{1}{3}$ (C) $a = 3$ e $b = -3$ (D) $a = \frac{1}{3}$ e $b = -\frac{1}{3}$

4. Considere a função f , de domínio $[-4, 4[$, representada graficamente na figura.

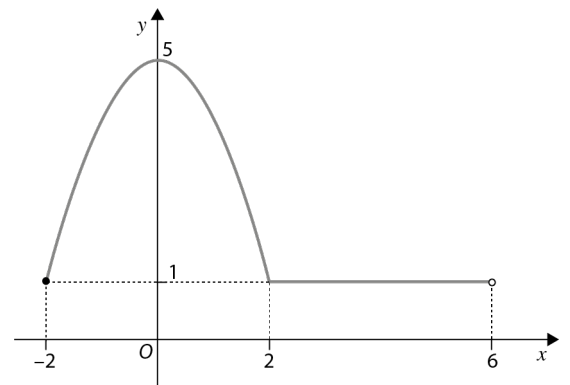


- 4.1. Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g definida por $g(x) = f(x - 2) + 1$?

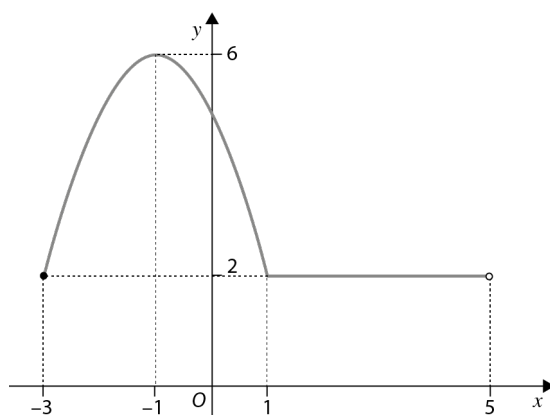
(A)



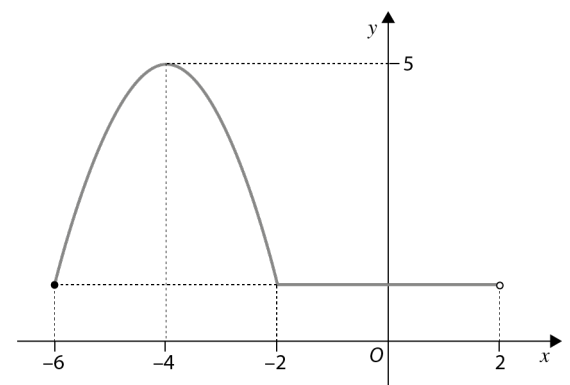
(B)



(C)



(D)



- 4.2. Defina a função f por ramos, de acordo com as condições da figura e sabendo que, no intervalo $[-4, 0]$, a função f é definida por uma função quadrática.

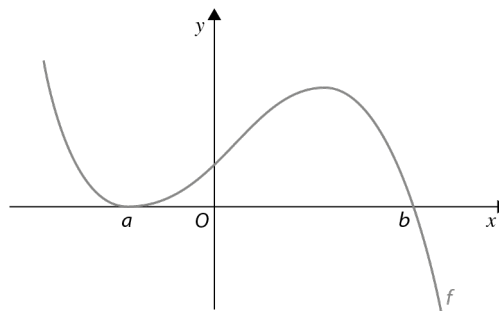
- 4.3. Considere a função afim h , cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos de coordenadas $(2, 1)$ e $(1, 3)$. Estude o sinal da função j definida por $j(x) = (-f(x) - 1) \times h(x)$.

5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial f , de domínio \mathbb{R} .

A função f tem apenas dois zeros a e b .

Seja g a função definida por $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

Qual dos seguintes conjuntos pode ser o domínio da função g ?



(A) $]-\infty, b[$

(B) $]a, b[$

(C) $]-\infty, a[\cup]a, b[$

(D) $\mathbb{R} \setminus \{a, b\}$

6. Considere a função polinomial f , definida em \mathbb{R} , por:

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 3$$

Sabe-se que a função f tem dois zeros e que o seu contradomínio é um intervalo da forma $[k, +\infty[$, onde k é um número real negativo.

Considere os pontos A , B e C do gráfico de f , dos quais se sabe que:

- A e B são os pontos de interseção do gráfico de f com o eixo das abcissas, sendo A o ponto de menor abcissa;
- o ponto C tem ordenada k .

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a área do triângulo $[ABC]$.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos A , B e C e, nas coordenadas dos pontos em que é necessário fazer arredondamentos, utilizar duas casas decimais;
- desenhar o triângulo $[ABC]$, assinalando os pontos que representam os seus vértices;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às décimas.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.1	1.2.	1.3.	1.4.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	4.1	4.2.	4.3	5.	6.	
10	15	15	20	20	10	20	10	10	20	20	10	20	200